Algorithmes gloutons

Activité – Première NSI

① Le problème du rendu de monnaie

Exercice 1 *Rendre la monnaie*

Un caissier doit rendre **1,63 euro** à un client. Il dispose des pièces et billets suivants (en centimes) : 200, 100, 50, 20, 10, 5, 2 et 1.

1. Proposer une façon de rendre 163 centimes. Compter le nombre de pièces utilisées.

   .....

   .....

2. La stratégie naturelle consiste à choisir à chaque étape la **plus grosse pièce** possible sans dépasser le montant restant. Appliquer cette stratégie en complétant le tableau :

Étape	Montant restant	Pièce choisie	Nouveau reste
1	163	100	63
2	63		
3			
4			
5			
6			

3. Combien de pièces ont été utilisées au total ?

   .....

4. Peut-on faire mieux (rendre 163 centimes avec moins de pièces) ? Justifier.

   .....

   .....

Définition 1 **(Algorithme glouton)** Un **algorithme glouton** (*greedy algorithm*) résout un problème d'optimisation en faisant, à chaque étape, le choix **localement le meilleur**, sans jamais revenir sur un choix déjà fait.

② Le principe glouton

Exercice 2 *Identifier la stratégie*

Voici le pseudo-code de l'algorithme glouton pour le rendu de monnaie :

```
Trier les pièces par valeur décroissante
reste ← montant
Pour chaque pièce dans la liste triée :
    Tant que reste >= pièce :
        Ajouter pièce à la solution
        reste ← reste - pièce
Renvoyer la solution
```

1. Dans cet algorithme, repérer les quatre caractéristiques d'un algorithme glouton :
   - le critère de tri : .....
   - le parcours : .....
   - la sélection (condition pour choisir un élément) : .....
   - l'irréversibilité (on ne revient jamais en arrière) : .....
2. Quelle est la complexité de cet algorithme si l'on dispose de p types de pièces et que le montant vaut m ? Justifier.

   .....

   .....

③ Le glouton est-il toujours optimal ?

Exercice 3 *Un système monétaire piégeux*

On considère un système monétaire fictif avec les pièces de **6, 4 et 1** centimes. On souhaite rendre **8 centimes**.

1. Appliquer l'algorithme glouton (plus grosse pièce d'abord) :

   .....

   Nombre de pièces : .....
2. Trouver une meilleure solution :

   .....

   Nombre de pièces : .....
3. Pourquoi l'algorithme glouton échoue-t-il ici ? Expliquer en une phrase.

   .....

   .....

Remarque 1. Avec le système monétaire européen (1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200), l'algorithme glouton donne **toujours** la solution optimale. Ce n'est pas le cas avec tous les systèmes de pièces.

④ Le problème du sac à dos

Exercice 4 *Remplir un sac à dos*

Un randonneur prépare son sac qui peut supporter au maximum **10 kg**. Il hésite entre les objets suivants :

Objet	Gourde	Tente	Lampe	Nourriture	Vêtements	Livre
Valeur (utilité)	5	18	7	10	12	3
Poids (kg)	2	7	1	3	4	1

1. **Stratégie 1 : trier par valeur décroissante.**

   Compléter le tableau en prenant les objets par valeur décroissante tant que le poids total ne dépasse pas 10 kg :

Objet choisi	Valeur	Poids	Poids cumulé

   Valeur totale : ..... Poids total : .....

2. **Stratégie 2 : trier par poids croissant.**

   Même exercice en prenant d'abord les objets les plus légers :

Objet choisi	Valeur	Poids	Poids cumulé

   Valeur totale : ..... Poids total : .....

3. **Stratégie 3 : trier par rapport valeur/poids décroissant.**

   Calculer d'abord le ratio valeur/poids de chaque objet :

Objet	Gourde	Tente	Lampe	Nourriture	Vêtements	Livre
Ratio (val/poids)						

   Puis remplir le sac en prenant les objets par ratio décroissant :

Objet choisi	Valeur	Poids	Ratio	Poids cumulé

   Valeur totale : ..... Poids total : .....

4. Quelle stratégie gloutonne donne le meilleur résultat ici ? Pourquoi le ratio valeur/poids est-il généralement la meilleure heuristique ?

   .....

   .....

5. **Recherche de l'optimum.** Vérifier que la combinaison « Vêtements + Nourriture + Lampe + Gourde » a un poids total de 10 kg. Quelle est sa valeur totale ? Que peut-on en conclure sur les algorithmes gloutons appliqués au sac à dos ?

.....

.....

5 Synthèse

Exercice 5 *Bilan*

Compléter le tableau récapitulatif :

	Avantages	**Inconvénients**
Algorithme glouton		

Compléter les phrases :

1. Un algorithme glouton fait à chaque étape le choix .....sans .....
2. Le résultat d'un algorithme glouton est ..... optimal.
3. Pour le rendu de monnaie avec le système européen, le glouton est .....
4. Pour le sac à dos (objets entiers), le glouton .....