Compter avec cinq cartes

Activité : l'écriture binaire des entiers

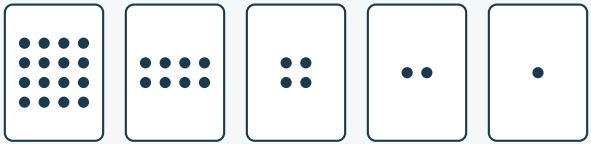
Razik Ikhlef

Cité scolaire internationale de Lyon

Première NSI

Question 1 : cinq cartes à points

Chaque carte porte des points sur une face ; l'autre face est vide. Les cartes sont posées dans cet ordre, toutes faces visibles.

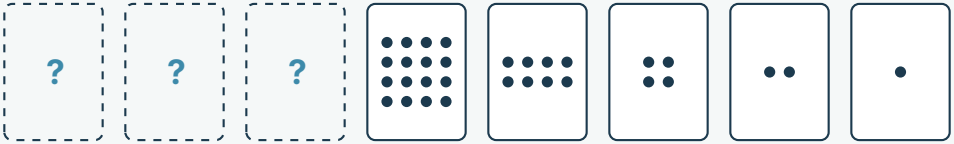


Question

Comment passe-t-on du nombre de points d'une carte au nombre de points de la carte placée juste à sa gauche ?

Question 2 : cartes supplémentaires

On ajoute des cartes à gauche, en suivant la même règle.



Question

Combien de points porte la carte ajoutée juste à gauche de la carte à 16 points ? Et les deux cartes suivantes ?

Règle du jeu

Chaque carte est soit **visible** (on voit ses points), soit **retournée** (on voit sa face vide).
Le nombre représenté est le **total des points visibles**.



$$8 + 1 = 9$$

Ici, seules les cartes à 8 points et à 1 point sont visibles : les cartes représentent le nombre 9.

Question 3 : dessiner des nombres

Question

Sur une feuille, dessiner les cinq cartes, visibles ou retournées, qui représentent :

1. le nombre 6 ;
2. le nombre 15 ;
3. le nombre 21.

Écriture avec des 0 et des 1

On note **1** une carte visible et **0** une carte retournée.



Le nombre 9 s'écrit donc **01001** : c'est son **écriture binaire**, ou écriture en **base 2**. Chaque chiffre 0 ou 1 s'appelle un **bit**.

Question 4 : lire et écrire en binaire

Lire

Quel nombre l'écriture binaire 10110 représente-t-elle ? Même question pour 11011.

Écrire

Donner l'écriture binaire, sur cinq cartes, du nombre 17, puis du nombre 25.

Question 5 : nombres possibles avec cinq cartes

1. Quel est le plus petit nombre que l'on peut représenter avec les cinq cartes ? Quel est le plus grand ?
2. Un même nombre peut-il être représenté de deux façons différentes ?
3. Entre le plus petit et le plus grand, existe-t-il un nombre que l'on ne peut pas représenter ?

Question 6 : compter sur ses doigts

Chaque doigt joue le rôle d'une carte : un doigt levé vaut 1, un doigt baissé vaut 0. Le pouce de la main droite remplace la carte à 1 point, l'index la carte à 2 points, et ainsi de suite.

1. Avec une main, de quel nombre à quel nombre peut-on compter ?
2. Combien de nombres différents cela fait-il ?
3. Mêmes questions avec les deux mains.

Question 7 : un nombre quelconque de cartes

On dispose maintenant de n cartes, où n est un entier naturel : 1, 2, 4, 8, 16, et ainsi de suite, chaque carte portant deux fois plus de points que la précédente.

Question

Quel est le plus grand nombre que l'on peut représenter avec ces n cartes ? On pourra commencer par $n = 1$, $n = 2$ et $n = 3$.

Question 8 : un zéro ajouté à droite

En base 10, écrire un 0 à droite d'un nombre le multiplie par 10 : 9 devient 90, et 37 devient 370.

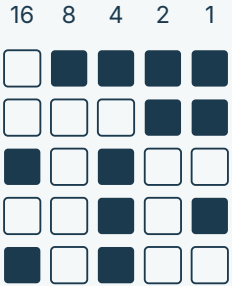
1. Quels nombres les écritures binaires 1001 et 10010 représentent-elles ?
2. Recommencer avec d'autres nombres, puis énoncer la règle.
3. Expliquer cette règle à l'aide des cartes.

Question 9 : un message codé

Chaque lettre est remplacée par son rang dans l'alphabet : A vaut 1, B vaut 2, C vaut 3, et ainsi de suite jusqu'à Z, qui vaut 26.
Ce rang est écrit avec les cinq cartes : chaque ligne code une lettre, un carré plein est une carte visible.

Question

Décoder le message, en lisant les lignes de haut en bas.



Les Shadoks

Les Shadoks sont les personnages d'un dessin animé français créé par Jacques Rouxel et diffusé à partir de 1968.
Ils ne connaissent que quatre mots pour compter : **GA**, **BU**, **ZO** et **MEU**, qui valent 0, 1, 2 et 3. Au-delà de trois Shadoks, ils les rangent par paquets de quatre, appelés **poubelles**. Quatre poubelles forment à leur tour un paquet plus gros, et ainsi de suite : chaque paquet vaut quatre fois le précédent.

Question 10 : compter comme les Shadoks

Les Shadoks comptent en **base 4**. Par exemple, six Shadoks forment une poubelle et deux Shadoks : on dit BU ZO, car $6 = 1 \times 4 + 2$.

1. Écrire le nombre 27 en langue shadok.
2. Quel nombre l'écriture shadok MEU MEU GA BU ZO désigne-t-elle ?